

La Matematochetta: il gioco dell'aggiungere e del togliere in preparazione all'addizione e alla sottrazione

Giancarlo Navarra

GREM¹, Università di Modena e Reggio Emilia, Italia

1. Il gioco

Il gioco della *MatematOchetta* costituisce un'espansione del gioco originale (*La MatematOca*), presentato nel terzo fascicolo della Collana ArAl², adatto dalla seconda primaria in poi. È nato nel 2010 dall'intuizione e dall'entusiasmo di alcune docenti di scuola dell'infanzia del 2° Circolo di Porto Torres³ durante un incontro laboratoriale a Sassari. L'idea iniziale è stata sperimentata e sviluppata negli anni successivi da insegnanti di vari gruppi ArAl di Trieste, Sassari, Motta S. Giovanni (RC).

L'obiettivo della Matematochetta è di adattare la filosofia del gioco originale - *centrata sulla traduzione dal linguaggio naturale a quello algebrico e viceversa e sull'approccio al numero sconosciuto* – proponendo il confronto tra situazioni espresse attraverso differenti codici linguistici (iconico, linguistico, gestuale) e aventi un comune sfondo matematico legato alle azioni dell'aggiungere e del togliere come premesse all'addizionare e al sottrarre e all'embrione del concetto di incognita.

Nella MatematOchetta ci sono tessere da interpretare anche in relazione al lancio di un dado, fatine che portano in regalo delle perle e stregchette che le portano via, oggetti da contare e manipolare, rappresentazioni da confrontare, passi da compiere, giustificazioni da argomentare. Il gioco ruota attorno ad una competenza chiave, relativa al *produrre/interpretare parafrasi, cioè rappresentazioni dello stesso oggetto matematico o dello stesso processo facenti riferimento a codici linguistici differenti* (v. § 5). Sono centrali quindi la *verbalizzazione* e l'*argomentazione* per esplicitare i processi compiuti, promuovere la consapevolezza delle scelte fatte, favorire il controllo dei significati, stimolare la revisione di ciò che si è scelto di fare.

2. Le tessere

Le tessere della MatematOchetta appartengono a due tipologie:

2.1 quelle in cui si aggiungono quantità (metafora dell'addizione),

¹ Gruppo di Ricerca in Educazione Matematica, direttore Nicolina A. Malara. Al suo interno si è sviluppato il *Progetto ArAl: percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico*.

² Navarra G, Giacomini A. (2003). *Verso il numero sconosciuto: il gioco della Matematòca*. Bologna: Pitagora Editrice.

³ Le insegnanti sono: Giuseppina Bassu, Franca Esposito e Roberta Serra.

2.2 quelle in cui si tolgono quantità (metafora della sottrazione).

2.1 La fatina aggiunge perle: una metafora dell'addizione

Queste tessere sono così costruite:

- a sinistra compare una torre con in cima una principessa; è visibile un vassoio che contiene delle perle (nell'esempio sono 5, Fig. 2a);
- a destra una *fatina* - metafora dell'*aggiungere* – porta nelle ali delle perle; non si sa quante ne porti, sarà il dado a deciderlo;
- l'alunno lancia il dado (supponiamo che esca il 4);
- cerca in un contenitore la riproduzione della faccia del dado;
- la pone sopra le ali della fatina (Fig. 2b).

La tessera si configura così come la *parafrasi iconica* della somma $5+x$ e rappresenta il *canovaccio di una storia*, che i bambini verranno invitati a raccontare, in cui la principessa possiede in un vassoio d'oro cinque *perle magiche* e attende che la fatina gliene regali altre; è in ansia perché non sa quante saranno e chiede l'aiuto di un bambino che lancia il *dado incantato*, che svela tale numero, e cerca poi in un contenitore (che potrebbe avere un nome fiabesco come *Deposito dei Numeri del Dado Incantato*) la faccia 'giusta' del dado da porre sulle ali. La fatina rappresenta ora l'operatore $+4$. Per premiarlo, la principessa fa compiere al bambino tanti passi quante sono le perle che possiede ora (in questo caso 9). Talvolta la fatina è scherzosa e non porta perle (metafora dello zero); la faccia del dado in questo caso è vuota (Fig. 2c) (per quanto riguarda il dado e altri aspetti del gioco, v. § 3).

Fig. 2a

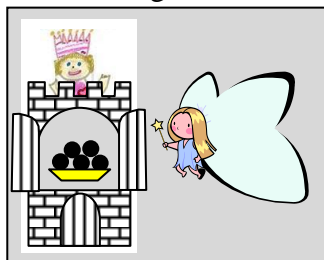


Fig. 2b

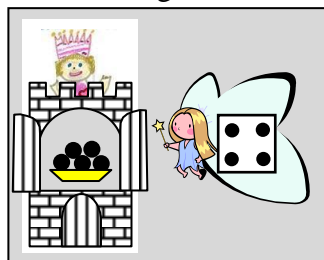
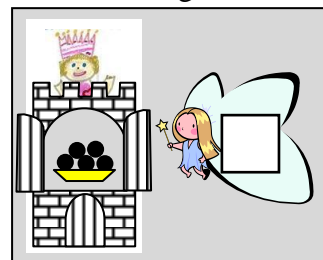


Fig. 2c



2.3 La streghetta toglie perle: verso la rappresentazione additiva della sottrazione

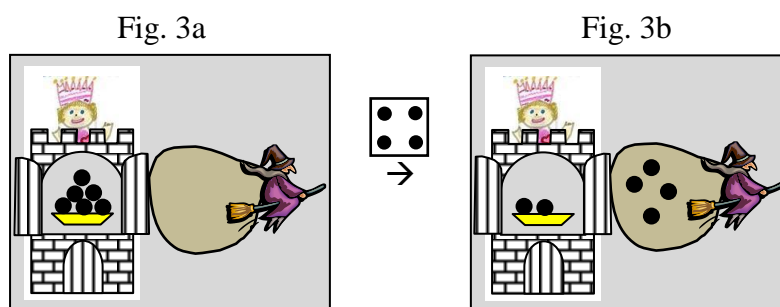
Una seconda tipologia di tessere ha ancora la torre con la principessa ma a destra ha un nuovo personaggio, la *streghetta* - metafora del *togliere*, quindi *del sottrarre* – che porta via in un sacco delle perle della principessa; anche in questo caso non si sa quante, sarà il dado a stabilirlo (Fig. 3a).

Prima di presentare questa nuova tessera è opportuno però soffermarci su alcuni aspetti didattici molto importanti, che guidano la sua introduzione.

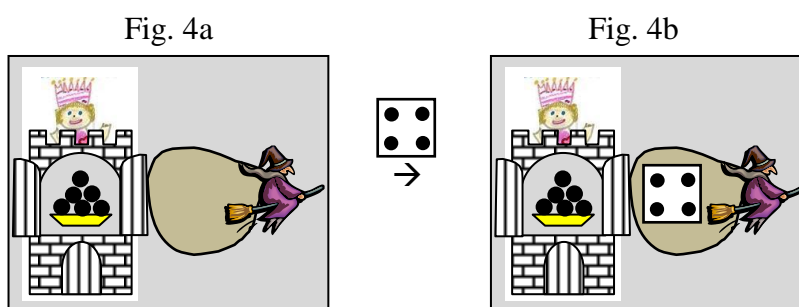
È noto che, con alunni giovani, mentre la rappresentazione dell'*aggiungere delle quantità* è comunque espressiva e intuibile, quella del *togliere* non lo è,

perché *il sottraendo* (le perle che la stregghetta porterà via) è *compreso nel minuendo* (le perle che la principessa possiede inizialmente). La tessera in questione viene quindi introdotta in due momenti successivi:

- nel primo momento il bambino viene messo in contatto *in modo dinamico* con il ‘togliere’, ad esempio: riceve una tessera in cui la principessa possiede sei perle (Fig. 3a), lancia il dado ed esce 4, sposta quattro perle nel sacco della strega e *vede* che, dopo lo spostamento, nel vassoio sono rimaste due perle (Fig. 3b):



- nel secondo momento il bambino riceve una tessera (Fig. 4a), lancia il dado ed esce 4, cerca la faccia nel contenitore, la inserisce nel sacco della strega (Fig. 4b) e *calcola mentalmente* che rimangono due perle:



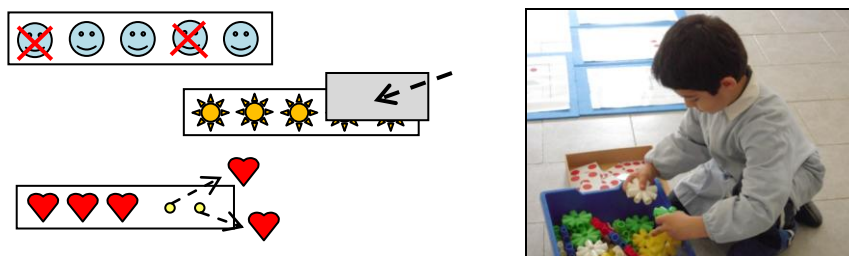
Le forme diverse del primo termine (un gruppo di perle liberamente disposte nel vassoio) e dell’incognita (la faccia del dado) (Fig. 4b) conferiscono alle due quantità specificità differenti. La seconda quantità non appare come un *numero*, ma come un *racconto che prende spunto da quel numero* (dal punto di vista aritmetico rappresenta l’operatore -4). Di fatto, comunque, il bambino si trova di fronte ad una tessera, più complessa sul piano concettuale, in cui sono visibili sia il minuendo che il sottraendo. L’esperienza mostra che il superamento della complessità è favorito dalla *verbalizzazione*: la tessera diventa, come si è detto, il *canovaccio iconico* per una narrazione che accompagna i gesti, ad es.: “La principessa ha sei perle; la stregghetta ne porta via quattro e quindi nel castello rimangono due perle”. Questa verbalizzazione sostiene un pensiero sofisticato perché le perle visibili nel vassoio sono sempre

sei (il minuendo) e dire ‘ne rimangono due’ significa *rendere trasparente il frutto del proprio processo mentale* (l’individuazione della differenza).

L’equilibrio fra i due momenti verrà calibrato dall’insegnante; nel momento in cui organizzerà il percorso favorirà l’uso delle tessere più ‘astratte’ (Fig. 4a e 4b) ma, dove lo riterrà opportuno, riprenderà le tessere precedenti (Fig. 3a e 3b) nelle quali i bambini possono spostare le perle dal vassoio al sacco, visualizzare la differenza (le perle rimaste nel vassoio) e compiere i passi relativi sul percorso. Può succedere che la streghetta sia momentaneamente in vena di bontà e non porti via nemmeno una perla; nel suo sacco in questo caso verrà inserita una faccia di dado vuota come accade per la fatina (lo zero).

La maggiore complessità legata al ‘togliere’ ha favorito l’individuazione di un’ampia gamma di attività dinamiche preliminari (che verranno illustrate nella conferenza) che permettono di affrontare l’embrione della sottrazione da più punti di vista: rappresentazioni ‘teatrali’ nelle quali i bambini impersonano la streghetta che toglie oggetti da un panierino in base al punteggio del dado, cancellazione di disegni da parte dei bambini, scelta di disegni con cancellazioni già fatte, coperture parziali di disegni mediante cartoncini, distacchi parziali di disegni attaccati con il patafix su un supporto, spostamenti di pagine trasparenti sovrapposte, sequenze di disegni alla Bruno Munari, manipolazione di oggetti, ecc. (alcuni esempi in Fig. 5).

Fig. 5



Queste attività vengono comunque tutte riprese nel corso del gioco: quando un alunno ha esplorato e risolto il quesito legato ad una certa tessera - in cui, per esempio, la principessa possiede cinque perle e la streghetta gliene porta via due - è invitato a cercare nei contenitori a sua disposizione dei materiali che siano *strutturalmente analoghi* al contenuto matematico della tessera (in questo caso 5-2) e ad appoggiarli accanto ad essa.

Presentiamo ora gli aspetti aritmetici che determinano la configurazione complessiva del gioco, dei quali è bene che l’insegnante sia consapevole.

3. Aspetti aritmetici che determinano la struttura del gioco

3.1 Le tessere con la fatina, il dado

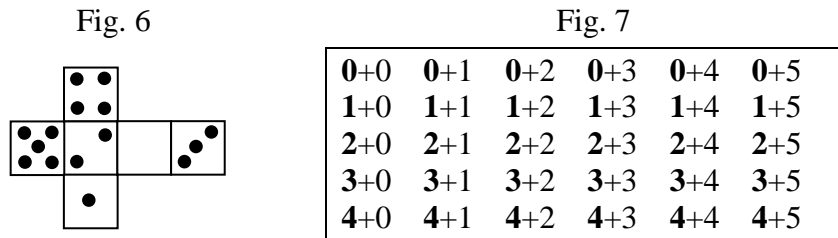
Dati gli obiettivi adatti a questo ordine di scuola, si è ritenuto opportuno che:

- la somma in ogni tessera non debba essere maggiore di 9,

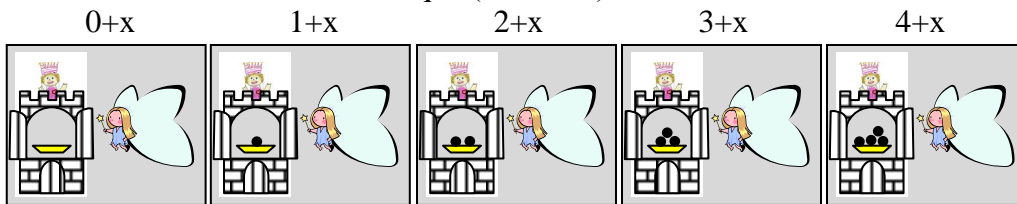
- il minuendo non possa essere maggiore di 9,
- venga introdotto anche lo zero.

Tali scelte determinano il numero e il tipo di tessere e la costruzione del dado. L'introduzione dello zero comporta una modifica importante nelle facce del dado: si decide che non saranno numerate da 1 a 6 ma *da 0 a 5* lasciando quindi vuota una faccia (Fig. 6). Questa scelta comporta la conseguenza che, non volendo superare la somma 9, il primo addendo (il numero di perle della principessa) deve essere compreso fra **0 e 4**.

Le coppie di addendi possibili sono quindi le seguenti (Fig. 7):

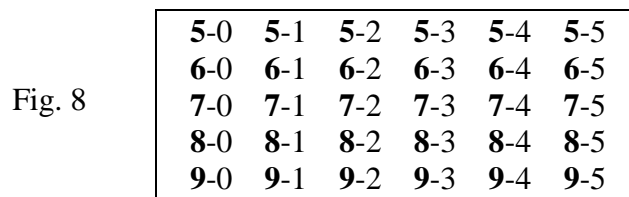


Le tessere con la fatina sono cinque ($0 \leq x \leq 5$):

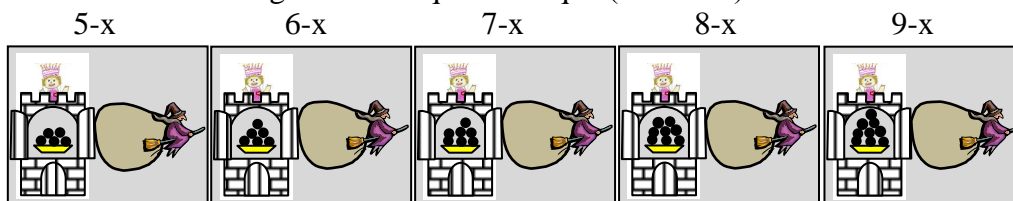


3.2 Le tessere con la stregghetta

La scelta che il minuendo non debba essere maggiore di 9 è stata messa in relazione con i valori del dado (da 0 a 5); per non ottenere differenze negative sono stati esclusi per il minuendo i valori minori di 5 (esso è quindi compreso fra **5 e 9**). Le coppie possibili 'minuendo meno sottraendo' sono (v. Fig. 8):



Le tessere con la stregghetta sono quindi cinque ($0 \leq x \leq 5$):



4. L'organizzazione del gioco

Riassumendo, i materiali per organizzare il gioco sono:

- *venti tessere* (due copie per ognuna per poter disporre di un percorso più lungo⁴) distribuite liberamente in modo da comporre un percorso;
- *un dado* (di gommapiuma opportunamente adattato);
- *contenitori* per le copie delle facce del dado e altri oggetti (v. Fig. 5).

I bambini a turno si collocano alla partenza, lanciano un dado normale per raggiungere una prima tessera e poi iniziano a giocare.

Il gioco in sé è *in fondo la parte meno significativa dell'attività*, e racchiude due significati: è il momento di coagulo e di verifica di attività condotte in precedenza e il volano per ampliamenti di situazioni problematiche. Gli aspetti significativi sono: (1) *matematici* legati all'esplorazione di strutture additive; (2) *linguistici*, legati all'argomentazione. Un collegamento forte fra questi due aspetti è costituito dall'affinamento delle competenze riguardanti la capacità di *parafrasare*, ed è a questo aspetto che dedichiamo la conclusione dell'articolo.

5. Parafrasare

Parafrasare una tessera porta l'alunno ad esplorare le relazioni fra gli elementi del problema (*sviluppo del pensiero relazionale*) e a scoprire l'analogia strutturale con altre rappresentazioni (*sviluppo del pensiero analogico*). Viene favorita in questo modo l'evoluzione del *balbettio logico-linguistico*. Il controllo di *rappresentazioni diverse della stessa situazione, costantemente supportato dall'argomentazione, favorisce l'interiorizzazione dei concetti*. È quello che accade quando il bambino usa la tessera come canovaccio per una storia da raccontare ai compagni. La ricchezza e la coerenza del linguaggio usato dipendono non solo dalle competenze espressive dell'alunno, ma dal fatto che l'argomentazione sia un valore *condiviso* all'interno di un contratto didattico basato più sui *processi* verbali che sui *prodotti* verbali. Mi spiego con due esempi:

(a) Tiziano lancia il dado e fa otto passi senza parlare: si è limitato al *prodotto* del suo pensiero, *opaco* rispetto alle ragioni che lo hanno determinato;

(b) Anna lancia il dado e dice "La principessa ha cinque perle magiche, la fatina le regala tre perle e in tutto sono otto", poi fa otto passi: ha verbalizzato il suo *processo* mentale, la cui *trasparenza* può aiutare compagni meno competenti, e quindi favorisce una *costruzione sociale della conoscenza*.

Cenni bibliografici

Navarra G. (a cura di) (2012). *Quaderno ArAl 8: Il gioco della Matematica: l'approccio al pensiero additivo attraverso l'argomentazione, parafrasi iconiche e attività manipolative*. Self published: Ilmiolibro.it.

⁴ Il gioco è un work in progress; eventuali arricchimenti saranno illustrati nella conferenza.