

Curricolo di matematica per la scuola primaria – secondaria di primo grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)

Il Curricolo è nato nel corso della collaborazione fra il [GREM](#) (Gruppo di Ricerca in Educazione Matematica) operante presso l'Università di Modena e Reggio Emilia e l'Istituto Comprensivo di Motta S.Giovanni (RC) e si è sviluppato nel corso degli anni con il contributo di docenti partecipanti al progetto ArAl.

È tutt'ora un work in progress.

Indice

1. Introduzione: l'impianto teorico del Curricolo
2. Indicatori e Obiettivi di apprendimento
3. Competenze in ambiente early algebra. Esempi di cosa dovrebbe saper fare un alunno in uscita

1. Introduzione

L'impianto teorico del curricolo

Premessa

1.1 Didattica della matematica ed early algebra

1.2 I programmi italiani nel primo ciclo

Le 'Indicazioni per il curricolo' di Fioroni (settembre 2007)

Le indicazioni Nazionali per il Curricolo

1.3 Alcuni riferimenti europei ed internazionali

Raccomandazione del parlamento europeo e del Consiglio relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente

Le idee-chiave e le competenze PISA

The National Numeracy Strategy, Department for Education and Employment, GB

1.4 Considerazioni finali

I link presenti nel testo conducono a termini dei Glossari ArAl e a costrutti teorici relativi all'early algebra presenti in www.progettoaral.wordpress.com.

Curricolo di matematica per la scuola primaria e secondaria di I grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)

1. INTRODUZIONE: L'IMPIANTO TEORICO

Premessa

Questo Curricolo di matematica nasce dalla collaborazione avviata nell'anno scolastico 2008/2009 fra l'istituto comprensivo di Motta S.Giovanni e il GREM, Gruppo di Ricerca in Educazione Matematica operante presso l'università di Modena e Reggio Emilia.

Il principale quadro teorico al quale il Curricolo fa riferimento è quello dell'**early algebra**, un approccio all'insegnamento e all'apprendimento della matematica che promuove l'insegnamento dell'aritmetica in una prospettiva algebrica sin dai primi anni della scuola primaria, se non dalla scuola dell'infanzia. Allo stesso tempo l'early algebra è un'area di ricerca a livello internazionale nell'ambito dell'educazione matematica. In questa cornice, dal 2000, il GREM ha avviato il *Progetto ArAl, Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico* (www.aralweb.unimore.it, www.progettoaral.wordpress.com), coniugando tre livelli - ricerca, sperimentazione, formazione - con l'obiettivo di dimostrare, a differenza di ciò che avviene nell'insegnamento tradizionale della matematica, in cui lo studente incontra l'algebra alla fine della scuola secondaria di primo grado, come sia possibile ed efficace iniziare molto prima l'avvio al pensiero algebrico per favorire negli alunni la costruzione di solide basi per la comprensione del significato degli oggetti e dei processi algebrici.

Gli **indicatori** e gli **obiettivi** del Curricolo derivano dalla fusione fra quelli elaborati da scuole aderenti al progetto ArAl e le integrazioni apportate dal GREM. Non si riferiscono a tutte le aree previste per l'insegnamento della matematica nella scuola primaria e secondaria di primo grado ma solo a quelle che hanno maggiori attinenze con l'early algebra, denominate **numeri e relazioni**.

Il cuore del Curricolo è rappresentato dalla seconda parte '**Indicatori e obiettivi**' e dalla terza '**Prove di verifica delle competenze in uscita**'. Degli opportuni collegamenti permettono di passare dai primi alle seconde e viceversa. Le prove si ispirano a varie fonti: [Unità della Collana ArAl \(Pitagora Editrice Bologna\)](#), Prove INVALSI, MATEMATICA 2001, i progetti inglesi The National Numeracy Strategy¹ e NMP², articoli della ricerca internazionale, articoli del GREM (reperibili in www.aralweb.unimore.it), proposte elaborate ad hoc. Trattandosi di una didattica innovativa, il raggiungimento degli obiettivi e il superamento delle prove dipendono da una molteplicità di fattori legati all'esperienza maturata dall'insegnante e dalla classe nell'ambiente dell'early algebra. Questo significa che una quarta primaria 'esperta' può raggiungere obiettivi distanti dalle competenze di una prima secondaria 'inesperta'.

I gruppi ArAl sono coinvolti nella valutazione, nell'arricchimento e nella sperimentazione del curricolo.

¹ The National Numeracy strategy (www.nationalstrategies.standards.dcsf.gov.uk) è un progetto governativo inglese che ha l'obiettivo di fornire un supporto sul piano dei metodi e dei contenuti agli insegnanti e in generale agli operatori della scuola per migliorare gli standard educativi nel campo matematico e in quello linguistico.

² NMP National Curriculum è un progetto inglese che ha curato la pubblicazione di testi innovativi di matematica per la scuola secondaria.

Curricolo di matematica per la scuola primaria e secondaria di I grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)

1. INTRODUZIONE: L'IMPIANTO TEORICO

1.1 Didattica della matematica ed early algebra

Uno dei problemi più sentiti dagli insegnanti nel passaggio dalla scuola secondaria di primo a quella di secondo grado riguarda le difficoltà che gli studenti incontrano nell'approccio all'algebra, soprattutto a causa dell'impoverimento o della perdita di significato da parte degli oggetti matematici, se non addirittura a causa di significati mai costruiti veramente a causa di una didattica che presenta gli oggetti come 'meccanismi' da non porre in discussione. Questo comporta negli studenti disaffezione e distacco verso la disciplina e, di riflesso, negli insegnanti, frustrazione e senso di impotenza.

Sin dagli anni 80 la ricerca ha messo in luce come molte di tali difficoltà abbiano radici nell'insegnamento dell'aritmetica nella scuola primaria, rivolto essenzialmente agli aspetti calcolativi e finalizzati al raggiungimento di 'risultati', e ha posto il problema della necessità di una rivisitazione dell'insegnamento dell'aritmetica in chiave pre-algebrica centrata sull'attenzione ai processi come antidoto al tecnicismo.

In diversi studi, come nel progetto ArAl, si promuovono la visione *dell'algebra come linguaggio* e le modalità didattiche di tipo socio-costruttivo in cui l'insegnante [devolve](#) agli allievi la costruzione del sapere da apprendere favorendo un'interazione collettiva a partire dall'esplorazione di opportune situazioni problematiche. Questa visione si deve confrontare peraltro con la realtà di una scuola italiana dotata di una impostazione generalmente trasmissiva. L'obiettivo è quello di favorire un mutamento graduale della metodologia di lavoro in classe, attraverso l'assunzione consapevole da parte dell'insegnante del punto di vista della matematica come linguaggio che fornisce lo strumento per eccellenza della costruzione concettuale, per la deduzione logica, per lo sviluppo dello spirito critico.

L'evoluzione di tali studi, iniziati con allievi di 11-14 anni, conduce ad una crescente attenzione verso la scuola primaria (e la scuola dell'infanzia) e all'affermarsi della cosiddetta 'early algebra', area d'insegnamento che appare oggi nei programmi di paesi quali l'Inghilterra e gli Stati Uniti. In essa si sostiene che i principali ostacoli cognitivi nell'apprendimento dell'algebra nascono in modi spesso insospettabili in contesti aritmetici e possono porre in seguito ostacoli concettuali anche insormontabili allo sviluppo del pensiero algebrico.

1.2 I programmi italiani nel primo ciclo

Per quanto riguarda l'Italia, già nei programmi della scuola media del '79 viene ridimensionato il tradizionale insegnamento dell'aritmetica centrato sull'esecuzione di algoritmi e sulla semplificazione di espressioni ed è promosso un insegnamento di tipo [relazionale](#) con una proiezione verso aspetti [strutturali](#) dei vari abiti numerici. Per quanto riguarda specificamente l'algebra, è indicato un approccio di tipo linguistico per la descrizione di situazioni problematiche, sia tratte dal reale, sia interne alla matematica, per evidenziare [relazioni](#) e/o elaborare informazioni. Questi indirizzi si ritrovano in continuità nei programmi per la scuola elementare entrati in vigore nel 1987, nei quali prevale una visione della matematica centrata sul problem solving e sull'individuazione di relazioni anche in ambito aritmetico.

Tali indirizzi sono amplificati nelle proposte messe a punto, nell'ambito della riforma Berlinguer, dalla commissione della Unione Matematica Italiana ed esemplificate nel testo Matematica 2001. In tali proposte organizzate per 'nuclei fondanti', ossia per temi chiave, l'area aritmetico-algebrica è coperta dai temi 'Il numero', 'Le relazioni' ma anche da 'I dati e le previsioni', nonché dai temi trasversali 'Argomentare e congetturare' e 'Risolvere e porsi problemi'.

Curricolo di matematica per la scuola primaria e secondaria di I grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)

1. INTRODUZIONE: L'IMPIANTO TEORICO

Le 'Indicazioni Nazionali per il curricolo'

Sintesi di un'intervista da *L'educatore*, n. 1, 2007 di Italo Fiorin, docente di Didattica generale e speciale presso l'Università LUMSA di Roma e coordinatore della Commissione incaricata della elaborazione delle Nuove Indicazioni Nazionali:

- Il **curricolo** è un progetto che integra in maniera creativa e originale gli elementi nazionali e quelli locali.
- Chiarisce cosa si intende per **disciplina**: il termine include, oltre alla componente delle nozioni, altri aspetti molto più importanti: i metodi di ricerca, i concetti che la strutturano; i concetti vanno riscoperti dagli alunni attraverso un percorso di apprendimento che li veda attivi protagonisti e, ancor di più, i metodi si apprendono praticandoli.
- Si lavora per problemi, perché è nel processo di esplorazione e soluzione di problemi che i saperi disciplinari convergono e si può passare dalla loro analiticità inevitabile a una visione d'insieme, alla sintesi.
- Gli obiettivi d'apprendimento rappresentano i riferimenti che l'azione didattica assume per lo sviluppo delle competenze.
- Le competenze riguardano il soggetto che apprende, le sue dimensioni costitutive e il loro sviluppo. Le competenze riguardano il modo attraverso il quale una persona si comporta di fronte ai problemi che incontra, facendo ricorso a tutte le risorse interiori di cui dispone (conoscenze, abilità, motivazione, capacità di impegnarsi, ...)
- Le competenze sono sempre incrementabili; non si possiede una competenza, ma, caso mai, un certo livello che può continuamente essere accresciuto. Si dimostra competenza sempre e solo quando si è di fronte a problemi.
- **Il curricolo è strumento di ricerca.** La ricerca consiste nel continuo tentativo di interpretare in maniera efficace la domanda di crescita che ogni alunno presenta, consiste nell'interrogare l'esperienza che si è compiuta per individuare punti di forza e criticità e da qui riprogettare nuovi percorsi.
- **La costruzione del curricolo implica una considerazione della scuola come luogo di ricerca**, in rapporto dialettico con le istanze provenienti dalla comunità scientifica, le istanze provenienti dalla comunità sociale e quelle etiche che caratterizzano l'orizzonte dei valori condivisi rappresentati sia a livello centrale sia a livello locale.
- **La programmazione** dovrà partire dai bisogni degli alunni, considerare la loro realtà, prendere spunto dal loro sapere, presentare situazioni – problema, costruirsi un continuo dialogo con gli studenti, non sostituirsi a loro, ma autorizzarli a fare da soli quanto più possibile, favorire la rivisitazione del percorso e la formalizzazione delle acquisizioni.

Nei programmi Fiorini, in cui si riprende l'impianto culturale di Matematica 2001, i temi 'Numeri', 'Relazioni, misure, dati e previsioni' coprono l'area aritmetico-algebrica e si configura un'approccio all'early algebra in alcuni obiettivi di apprendimento quali 'riconoscere e descrivere [regolarità](#) in una sequenza di numeri o di figure' alla fine della scuola primaria e 'costruire, interpretare e trasformare formule che contengono [lettere](#) per esprimere in forma generale relazioni e proprietà' alla fine della scuola secondaria di primo grado. Ma ciò che dà loro spessore, e li colloca nel seno all'early algebra, sono le indicazioni di accompagnamento: "La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico". Più avanti si sottolinea anche l'importanza della [discussione collettiva](#): "...la matematica ha uno specifico ruolo nello sviluppo della capacità generale di operare e comunicare significati con linguaggi formalizzati e di utilizzare tali linguaggi per [rappresentare](#) e costruire modelli di relazioni fra oggetti ed eventi. In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per

Curricolo di matematica per la scuola primaria e secondaria di I grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)

1. INTRODUZIONE: L'IMPIANTO TEORICO

affrontare problemi utili nella vita quotidiana; inoltre contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di [argomentare](#) in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri".

Nel paragrafo 'Matematica', dove si chiarisce cosa la caratterizzi, si legge infatti: "caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate spesso alla vita quotidiana. e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola". Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione tra pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problema". Il testo prosegue con un concetto chiave: "rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive. ... In particolare nella scuola secondaria di primo grado si svilupperà un'attività più propriamente di matematizzazione, formalizzazione, generalizzazione. ... Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni ed i procedimenti seguiti".

In questo quadro si colloca il 'Progetto ArAl: percorsi in aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico', che coniuga l'innovazione nella classe con la formazione degli insegnanti. In particolare esso propone una rivisitazione dell'insegnamento dell'aritmetica in chiave prealgebrica nella scuola dell'obbligo ed un avvio all'algebra secondo un approccio di tipo linguistico e costruttivo. In tale approccio, elemento chiave è l'insegnante. Occorre infatti che egli attui una didattica che consenta l'affermarsi di un'autentica attività matematica socialmente condivisa, in cui si dia grande spazio agli aspetti metacognitivi e grande attenzione alle strutture linguistiche.

1. INTRODUZIONE: L'IMPIANTO TEORICO

1.3 Alcuni riferimenti europei ed internazionali

Raccomandazione del parlamento europeo e del Consiglio relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente

Per quanto concerne la Competenza matematica, si sottolinea che essa è "l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane". Si prosegue fornendo indicazioni in una prospettiva omogenea con quella dell'early algebra "Partendo da una solida padronanza delle competenze matematiche, l'accento è posto sugli aspetti del [processo](#) e dell'attività oltre che su quelli della conoscenza. La competenza matematica comporta, in misura variabile, la capacità e la disponibilità a usare modelli matematici di pensiero... e di rappresentazione".

Per quanto riguarda Conoscenze, abilità e attitudini essenziali legate a tale competenza, si afferma che "La conoscenza necessaria nel campo della matematica comprende una solida conoscenza del calcolo, delle misure e delle strutture, delle operazioni di base e delle rappresentazioni matematiche di base, una comprensione dei termini e dei concetti matematici e una consapevolezza dei quesiti cui la matematica può fornire una risposta. Una persona dovrebbe disporre delle abilità per applicare principi e processi matematici di base nel contesto quotidiano della sfera domestica e sul lavoro nonché per seguire e vagliare concatenazioni di argomenti... dovrebbe essere in grado di svolgere un ragionamento matematico... e di comunicare in linguaggio matematico oltre a saper usare i sussidi appropriati.

Un'attitudine positiva e in relazione alla matematica si basa sul rispetto della verità e sulla disponibilità a cercare motivazioni e a determinarne la validità". Aree e concetti come problemi, processo, rappresentazione, modellizzazione, strutture sono ancora una volta evidenziati come elementi chiave per la costruzione di conoscenze matematiche significative.

Le idee-chiave e le competenze PISA

- ❖ (p.12) Il principale ambito della valutazione è la mathematical literacy (competenza matematica), definita come 'la capacità degli studenti di identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondano alle esigenze della vita attuale'. Non valuta tanto la padronanza di parti del curriculum scolastico quanto la capacità di utilizzare conoscenze e abilità, apprese anche e soprattutto a scuola, per affrontare e risolvere problemi e compiti analoghi a quelli che si possono incontrare nella vita reale.
- ❖ (p.14) Per quanto riguarda il problem solving, le abilità essenziali... sono: riconoscere un problema, formularlo nei suoi termini esatti e usare tutte le informazioni in proprio possesso per pianificare una strategia di soluzione, adeguare la soluzione al problema originale e, infine, comunicare ad altri la soluzione raggiunta.
- ❖ (p.38) Il PISA individua quattro "idee chiave" nelle conoscenze matematiche: quantità, spazio e forma, cambiamento e relazioni, incertezza. Un'idea chiave viene definita come "un insieme coerente di fenomeni e di concetti che si possono incontrare in una molteplicità di situazioni differenti" riconducendola quindi al concetto di modellizzazione.

Curricolo di matematica per la scuola primaria e secondaria di I grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)

1. INTRODUZIONE: L'IMPIANTO TEORICO

- ❖ (p.40) Quantità. "Componenti essenziali del ragionamento quantitativo sono: il concetto di numero, l'uso di diverse rappresentazioni numeriche, la comprensione del significato delle operazioni, l'avere un'idea dell'ordine di grandezza dei numeri, i calcoli eleganti da un punto di vista matematico, i calcoli mentali e le stime".
- ❖ (p.41) Cambiamento e relazioni. E un'idea chiave molto vicina alle premesse teoriche dell'early algebra: "Pensare in termini funzionali, cioè pensare in termini di relazioni, è uno degli obiettivi disciplinari fondamentali dell'insegnamento della matematica (MAA³ 1923). Le relazioni possono essere rappresentate in molti modi, tra i quali vi sono le rappresentazioni simboliche, algebriche, grafiche, tabulari e geometriche. Rappresentazioni diverse possono essere utili per scopi diversi e hanno proprietà differenti. Quindi, quando si ha a che fare con situazioni e compiti problematici, il passaggio da una rappresentazione all'altra è spesso un procedimento chiave."

Le competenze (il progetto PISA divide le competenze, e i processi cognitivi che esse mettono in gioco, in tre diversi raggruppamenti: il raggruppamento della riproduzione (riproduzione di conoscenze note), quello delle connessioni (estensione dell'attività di soluzione di problemi a situazioni che non sono di semplice routine) e quello della riflessione (sui processi per risolvere un problema):

- Pensiero e ragionamento
- Argomentazione
- Comunicazione
- Modellizzazione
- Formulazione e risoluzione di problemi
- Rappresentazione
- Uso del linguaggio simbolico, formale e tecnico e delle operazioni
- Uso di sussidi e strumenti.

Queste competenze possono essere possedute a diversi livelli di padronanza ma non possono essere valutate separatamente una dall'altra in quanto, quasi sempre, è necessario attingere contemporaneamente a più di una competenza per volta. Per questo motivo, il Quadro di riferimento PISA distingue tre diversi raggruppamenti di competenze:

- il raggruppamento della *Riproduzione*: queste competenze consistono nella riproduzione di conoscenze note, nell'applicazione di algoritmi standard, nell'esecuzione di procedure di routine, sempre all'interno di ambiti familiari;

³ The Mathematical Association of America (www.maa.org) riunisce ricercatori, docenti, formatori, studiosi, cultori nell'ambito della matematica e dell'educazione matematica.

Curricolo di matematica per la scuola primaria e secondaria di I grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)

1. INTRODUZIONE: L'IMPIANTO TEORICO

- il raggruppamento delle *Connessioni*: queste competenze richiedono di saper integrare e mettere in connessione elementi che fanno parte di diverse aree di contenuto, saper collegare diverse rappresentazioni di un problema, all'interno di situazioni che non sono più di semplice routine;
- il raggruppamento della *Riflessione*: queste competenze si basano su elementi di riflessione da parte degli studenti sui procedimenti utilizzati per risolvere un problema, sulla capacità di saper sviluppare strategie, utilizzando abilità logiche e di ragionamento e sull'applicazione di tali strategie in ambiti problematici più complessi e meno familiari rispetto ai raggruppamenti precedenti.

The National Numeracy Strategy, Department for Education and Employment, GB (estratto, trad. di G.Navarra)

L'algebra è un linguaggio compatto che segue convenzioni e regole ben precise. L'algebra formale non inizia sino alla terza primaria ma i fondamenti si costruiscono in prima e seconda attraverso attività in ambiente early algebra dalle quali si può sviluppare in seguito il lavoro nella direzione del pensiero algebrico. Queste attività includono:

- **Costruire equazioni** Chiedete agli alunni di fornire delle risposte costituite da più di una singola parola o di un singolo numero. Per esempio, talvolta potreste richiedere che la risposta a domande brevi come: 'Quanto fa 16 più 8?' siano espresse con la frase completa: 'Sedici più otto è uguale a ventiquattro'. Potreste inoltre invitare gli alunni alla lavagna e portarli a scrivere in forma simbolica: $16+8=24$.
- **Risolvere equazioni** Formulando questioni come: 'Completa $3+\square=10$ ' potete introdurre l'idea che un simbolo stia al posto di un numero sconosciuto. Potete inoltre porre questioni nella forma: 'Raddoppio un numero, poi aggiungo 1 e ottengo 11. Qual è il numero?' Considerando equazioni con due incognite, come per esempio $\square+\triangle=17$, o disuguaglianze come $1<\square<6$, potete guidare gli alunni verso l'idea che l'incognita non è necessariamente un numero fisso ma può anche variare.
- **Usare formule inverse** Un'altra importante idea sia dell'aritmetica che dell'algebra è l'uso della forma inversa per 'rovesciare' l'effetto di un'operazione. L'inverso del raddoppiare è il dimezzare, dell'aggiungere 7 è sottrarre 7, del moltiplicare per 6 è dividere per 6. Gli alunni possono usare la loro conoscenza di un'addizione del tipo $4+7=11$ per ricavare la corrispondente sottrazione: $11-7=4$. Allo stesso modo, gli alunni dovrebbero essere capaci di usare la loro conoscenza della moltiplicazione per derivare velocemente da una come $9\times 6=54$ la corrispondente divisione $54:6=9$.
- **Individuare regolarità numeriche** Incoraggiare gli alunni a cercare e a descrivere regolarità numeriche nel modo più accurato possibile in linguaggio naturale e, in casi semplici, a cercare di capire perché si verifica quella determinata regolarità. Per esempio, essi potrebbero esplorare le regolarità dei multipli di 4 o 5 in una tabella da 10×10 , o prolungare e descrivere semplici sequenze numeriche come 2, 7, 12, 17... e, dov'è possibile, descrivere e argomentare come potrebbero trovare, per esempio, il ventesimo termine.
- **Esprimere relazioni** Mentre discutete sui grafici (anche estratti da quotidiani/giornali) disegnati, per esempio, in scienze, chiedete agli alunni di scrivere con le proprie parole le relazioni che riescono ad individuare: 'Ogni volta che noi aggiungiamo altri 20 grammi la lunghezza dell'elastico aumenta di 6 centimetri'. Gli si può chiedere inoltre di usare e costruire da soli delle semplici 'equazioni a parole' per esprimere relazioni come: costo=numero

```
zzo
```

. In prima secondaria, gli alunni dovrebbero essere pronti ad esprimere le relazioni simbolicamente: per esempio, se un pacchetto di cracker costa 50 centesimi allora $c=50\times n$, dove c centesimi è il costo totale e n il numero dei pacchetti.

Curricolo di matematica per la scuola primaria e secondaria di I grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)

1. INTRODUZIONE: L'IMPIANTO TEORICO

- Disegnare grafici** Insegnate agli alunni più grandi a disegnare e ad usare grafici per mostrare relazioni matematiche come quelle della tabella della moltiplicazione, o della conversione dall'euro ad una moneta diversa. Giochi come la battaglia navale possono essere usati per introdurre l'idea delle coordinate per identificare lo spazio e, in seguito, singoli punti. È poi possibile registrare graficamente, per esempio, coppie di numeri la cui somma è 10.
- Sviluppare l'idea di continuità** Un'altra pietra miliare dell'algebra si colloca fra la quinta primaria e la prima secondaria quando gli alunni cominciano a capire che tra due numeri decimali qualsiasi ce n'è sempre un altro, e che la linea dei numeri è continua. Essi hanno inoltre bisogno di capire che quantità come le altezze o i pesi non sono mai esatte. Nel passare da 150 cm a 151cm, ad esempio, ogni valore è possibile in quell'intervallo proprio perché anche le misure sono continue.
- Trovare forme equivalenti** Potete evidenziare sin dall'inizio, in scritte diverse, quelle che effettivamente 'dicono la stessa cosa'. Per esempio: $24=20+4=30-6$; $30=6\times 5=3\times 2\times 5$; $15+4=19$ implica che $15=19-4$, e $3\times 4=12$ implica che $12:3=4$; $3/6=2/4=3/6$... e ognuna di esse è equivalente a 0.5 o 50%.
- Fattorizzare numeri** Fattorizzare 30 come $2\times 3\times 5$ precursore dell'idea della fattorizzazione in algebra. È inoltre una strategia utile per moltiplicare e dividere. Per esempio, dal momento che $12=6\times 2$, il prodotto 15×12 può essere calcolato in due passi, prima $15\times 6=90$, poi $90\times 2=180$. Allo stesso modo, $273:21$ può essere calcolato usando i fattori di 21, prima $273:3=91$, poi $91:7=13$. Incoraggiate gli alunni a fattorizzare i numeri quanto più spesso possibile. Fattorizzare 24 come 6×4 non è completo quanto $2\times 2\times 2\times 3$.
- Conoscere le proprietà commutativa, associativa e distributiva** Ragionate accuratamente sui concetti retrostanti le proprietà sinché gli alunni riescono ad usarle per sostenere le loro strategie di calcolo e, in seguito, le loro idee algebriche. Essi usano la commutativa quando cambiano l'ordine dei numeri in un'addizione o in una moltiplicazione perché riconoscono dall'esperienza pratica che, per esempio, $4+8=8+4$ e $2\times 7=7\times 2$; l'associativa quando i numeri da sommare o moltiplicare sono raggruppati senza cambiare il loro ordine: per es. $(4+3)+7=4+(3+7)$ e $(9\times 5)\times 2=9\times(5\times 2)$. Un esempio della proprietà distributiva si può trovare nel metodo per effettuare 'moltiplicazioni lunghe' in cui ogni parte del primo numero è moltiplicata per ogni parte del secondo, e poi i prodotti vengono sommati per trovare il loro totale. Per esempio 35×24 :

	30	5	
20	600	100	$600 + 100 + 120 + 20 = 840$
4	120	20	

Così come illustra il metodo di moltiplicazione, questa strategia fornisce una base per l'idea di moltiplicare numeri fra una coppia di parentesi: $(30+5)(20+4)=(30\times 20)+(5\times 20)+(30\times 4)+(5\times 4)$. Gli alunni che hanno una sicura comprensione di tutte queste importanti idee sin dagli 11 anni si troveranno in una posizione favorevole per cominciare a lavorare in algebra ad un livello più formale nella scuola secondaria.

Curricolo di matematica per la scuola primaria e secondaria di I grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)

1. INTRODUZIONE: L'IMPIANTO TEORICO

1.4 Considerazioni finali

- a) Obiettivi e competenze, così come sono riportati nel curricolo, sono *indicativi di risultati parziali e provvisori di processi educativi da sottoporre alla verifica sperimentale, in particolare da parte dei docenti che partecipano al progetto ArAl*. In prima approssimazione possiamo dire che il raggiungimento degli obiettivi dipende molto dal fatto che la classe abbia maturato o meno, anche nel corso degli anni precedenti, familiarità con l'early algebra o che l'insegnante si sia dotato – o si stia dotando - di un abito mentale in questo senso. Lo stesso obiettivo può essere adatto ad una terza 'esperta' e ad una quinta 'inesperta'. Anche gli esempi delle competenze vanno interpretati in modo fluido, perché dipendono dalle stesse variabili.
- b) Analogamente, i verbi usati negli obiettivi ('organizzare', 'rappresentare', 'confrontare', 'distinguere', ecc) sono da intendersi in senso *evolutivo*, di 'tendenza', vanno cioè inseriti *nella prospettiva del balbettio algebrico*, e quindi sono frammenti di un processo a spirale che prosegue e si modifica nel corso del tempo, tant'è vero che li ritroveremo anche negli obiettivi degli anni successivi.
- c) Gli obiettivi nella prospettiva dell'early algebra sono spesso trasversali rispetto agli 'Indicatori' (prima colonna) e li investono di fatto tutti e tre (Numeri, Relazioni) perché una prospettiva didattica di tipo prealgebrico investe un'area più ampia di quella strettamente dedicata all'aritmetica e all'algebra. L'attenzione maggiore è stata comunque dedicata a 'Numeri' e 'Relazioni', e soprattutto su questi indicatori si svilupperanno i successivi interventi del GREM. La geometria rimarrà per il momento, per così dire, in ombra.
- d) Gli inserimenti più significativi riguardano:
- (a) gli aspetti *linguistici* e quindi la pluralità delle [rappresentazioni](#);
 - (b) gli aspetti [relazionali](#), analogici, [strutturali](#);
 - (c) significati [procedurale](#) e [relazionale](#) del segno '=';
 - (d) l'attenzione alle *proprietà* (in particolare alla [distributiva](#));
 - (e) l'approccio alla [lettera](#) come rappresentativa di un numero nascosto da individuare ([incognita](#)), o di numeri possibili (*numero generico*, [variabile](#));
 - (f) [l'approccio alle equazioni](#); (g) l'approccio alle *disequazioni*;
 - (h) l'esplorazione di [regolarità](#) all'interno di un percorso ([Unità 7](#) e [Unità 8](#)) che conduce all'universo delle [funzioni](#).