

9 ottobre 2014

1

Commenti *Cristiana Donaggio*

Commenti *Giancarlo Navarra (IR, Insegnante Ricercatore<sup>1</sup>)*

Durante la lezione precedente, incentrata sulla ricerca della regola della piramide, è emersa una richiesta da parte di Asia sulla quale torniamo a lavorare perché potrebbe essere uno spunto significativo per ragionare sulla proprietà commutativa. In quell'occasione i bambini erano già stanchi e non mi sembrava il caso di insistere ulteriormente. Chiedo ad Asia di riformulare la sua domanda.

1. Asia: Si possono invertire le caselle... no, i numeri...
2. I: I numeri... dilla bene...
3. Asia: ... i numeri che sono a destra e sinistra?
4. I: ... che sono nelle caselle in basso a destra e sinistra...<sup>2</sup>
5. Una voce: Nei mattoni...
6. I: Mattoni o caselle, cambia secondo voi?<sup>3</sup>
7. Coro: No...
8. I: Si capisce che cosa voleva dire Asia.
9. I: L'altra volta aveva risposto Giacomo Co. Questa volta facciamo rispondere a Francesco... con calma... pensa a quello che vuoi dire e dopo parla.
10. Francesco: Asia ha ragione perché...
11. I: Asia ha fatto una domanda...
12. Francesco: E io devo rispondere?
13. I: E certo... se secondo te la risposta è sì oppure no e perché.
14. Francesco: È giusto, perché si possono scambiare i numeri nella casella: tipo il 10 è nella casella in basso a destra e invece il 13 è nella casella in basso a sinistra... si può fare viceversa: tipo che il 10 è nella casella in basso a sinistra e il 13 è nella casella in basso a destra perché fanno sempre lo stesso risultato, nella casella in alto.
15. I: Cosa vuol dire 'fanno sempre lo stesso risultato nella casella in alto'? Riusciamo a dirlo in modo un po' più matematico?<sup>4</sup>
16. Filippo: Si può fare la somma di 13 più 10 e sopra si può scrivere il risultato.
17. I: Ma questa non è la risposta alla domanda di Asia.
18. Filippo: Anche se si invertono, la somma di 13 più 10...
19. I: ... di 13 e 10<sup>5</sup>
20. Filippo: ... fa lo stesso lo stesso numero su, nella casella in alto intendo dire.
21. I: Come si può dire in modo matematico<sup>6</sup>, invece che "fa lo stesso numero" come si può dire... c'è proprio un simbolo.
22. Voce: È uguale.
23. I: È uguale...
24. Giacomo: Ho capito... che dovevo dire, invece che 'il risultato'...

<sup>1</sup> I commenti contengono dei link al quadro teorico. Li inserisco non tanto per l'insegnante, che li conosce già, quanto per eventuali altri lettori, meno esperti.

<sup>2</sup> Dovevo chiedere ad Asia o a qualche altro bambino di formulare meglio la frase. Forse sarebbe stato meglio, ma intanto è importante che l'insegnante durante la trascrizione se ne sia accorta.

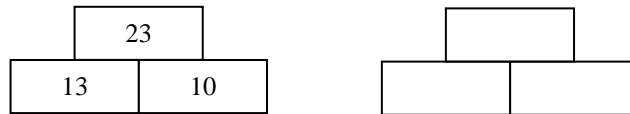
<sup>3</sup> Domanda inutile posta in modo da prevedere una risposta corale. Considerazione generale: quando l'insegnante si accorge che vi sono più termini per dire la stessa cosa, può essere opportuno negoziare e condividere con la classe le scelte sul termine ritenuto più adatto. In questo caso, se si decide di lavorare con il binomio 'piramide-mattone', il termine 'casella' potrebbe essere messo in subordine.

<sup>4</sup> Ottima domanda. L'insegnante favorisce l'emergere di una definizione di tipo relazionale. Questo naturalmente è difficile con gli alunni più giovani, tant'è vero che Filippo (16) ripropone un'affermazione che sottende un approccio procedurale.

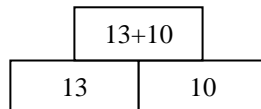
<sup>5</sup> Mi chiedo se sia corretto interrompere i bambini nel ragionamento per puntualizzare sul linguaggio. Filippo non sembra particolarmente "scosso" infatti continua tranquillamente ad esporre il suo pensiero, ma qualcun'altro potrebbe perdere il filo del discorso.

<sup>6</sup> Forse non è tanto 'in modo matematico'. Mi sembra che la questione sia se l'insegnante abbia già affrontato la dualità procedurale-relazionale o se la stia costruendo per la prima volta. Quali strumenti hanno in questo momento gli alunni per comprendere i suoi inviti ad esprimersi in modi differenti?

25. I: ... la somma... ma Filippo lo ha detto...<sup>7</sup> Adesso cosa scriviamo qua nella casella in alto, Damiano?
26. Damiano: 23.



27. I: Adesso vediamo chi mi viene a riempire la piramide accanto... Aurora, prova a ripetere quello che hanno detto Filippo, Francesco... prova a rispondere alla domanda di Asia. Si possono invertire i numeri nella casella sotto e perché?
28. Aurora: Non sono stata attenta.
29. I: Starai attenta la prossima volta?
30. Aurora: Sì...
31. I: Bene. Carlotta?
32. Carlotta: Non mi ricordo...
33. I: O non sei stata attenta? Non è una questione di ricordarsi o non ricordarsi...
34. Lucas: Si possono invertire perché sono uguali.
35. I: Si possono invertire perché sono uguali...
36. Lucas: Eh, sì... no... non sono uguali. Volevo dire che si possono invertire perché fa sempre lo stesso numero.
37. I: Noi abbiamo detto che non si dice "fa sempre lo stesso numero" ma che si può dire in un altro modo...
38. Angela: Che fa sempre... uguale, il numero uguale.
39. I: Bene... ma possiamo dirlo ancora meglio.
40. Asia: Che fa sempre lo stesso risultato.
41. I: Ma a me sapete che la storia del risultato non piace tanto...
42. Lucas: Con la somma?
43. I: Bravo Lucas... dà... diciamolo bene.
44. Lucas: Dobbiamo fare la somma... perché la piramide...
45. I: Facciamo così... proviamo a scriverlo in termini matematici. Lo facciamo diventare un po' più trasparente e qua sopra invece che scrivere il numero scriviamo come ci siamo arrivati. Lucas, qua come ci siamo arrivati per spiegarlo a qualcuno?
46. Lucas: Facendo la somma di 13 e 10.
47. I: Allora qua scrivo...
48. Lucas: 13 +10.

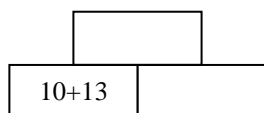


49. I: Allora adesso (indicando la seconda piramide) chi vuole a riempirmi questi mattoni?
50. Margherita mette il 12 in basso a sinistra.<sup>8</sup>
51. Francesco: Ma non possiamo sapere quanto si fa nella casella... se c'è solo 12, nella casella in alto bisogna mettere 12 perché...
52. Giulia: Non sono d'accordo perché vicino al 12 nell'altra casella ci deve essere un altro numero per far venire fuori un numero su.

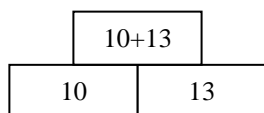
<sup>7</sup> È vero che Filippo (16) parla di 'somma', ma lo fa pensando al 'fare' una somma, non al termine come denominazione di un processo.

<sup>8</sup> I bambini pensano di dover inventare un'altra piramide, non hanno capito che bisogna mettere gli stessi numeri invertiti, forse si sono dimenticati che dobbiamo rispondere alla domanda iniziale di Asia o forse non mi sono spiegata bene. Sarebbe interessante sapere quale sia una risposta che l'insegnante si aspetta dagli alunni alla domanda di Asia "Si possono invertire i numeri che sono a destra e a sinistra?". La risposta "Sì" è intuitiva, ma non è semplice spiegare il perché. Mi rifaccio al mio commento al rigo (21): quali strumenti (linguistici e di 'cultura matematica') possiedono gli alunni? Hanno già riflettuto sulla proprietà commutativa? Hanno già ragionato attorno ad una qualche sua 'definizione'? Cerco di capire l'obiettivo dell'insegnante e formulo un'ipotesi: se la definizione che lei ha in mente è di tipo relazionale, ad esempio: "La somma nel mattone in alto rimane uguale anche se scambio i numeri nei mattoni in basso" gli alunni mi sembrano ancora distanti; anche Luca (46) parla di 'fare la somma', Giulia (52) "... far venir fuori un numero su", Asia (53) "... 12 più 0 fa 12". Il punto di vista degli alunni è procedurale.

53. Asia: Si può anche fare così perché  $12+0$  fa  $12$ <sup>9</sup>
54. I: Sì, ma non stavamo facendo tutto un ragionamento per cercare di rispondere alla tua domanda... Se mettiamo nella piramide altri numeri riusciremo a rispondere alla sua domanda?<sup>10</sup>
55. Coro: Nooo!
56. I: Lorenzo, quali numeri dovremmo mettere lì per rispondere alla domanda di Asia?
57. Alessia Mi: Per rispondere alla domanda di Asia puoi mettere i numeri che vuoi...
58. I: Eh no, Alessia, non puoi mettere i numeri che vuoi...<sup>11</sup> Asia ripeti la domanda?
59. Asia: Si possono invertire i due numeri?
60. Lucas: Sì che si possono invertire...
61. I: M questo lo avevamo già detto, adesso io volevo capire per rispondere alla sua domanda quali numeri bisogna mettere qui...
62. Lucas: 10 e 13.
63. *Melissa alla lavagna scrive nella casella in basso a sinistra  $10+13$ .*



64. Lorenzo L: Io non sono d'accordo perché nella casella non ci andava il 'più'; e il 13 doveva andare nell'altra scatoletta<sup>12</sup>.
65. I: E qua sopra Lorenzo cosa metteresti?
66. Lorenzo L:  $10+13$ .



67. I: Bene, dai che ci stiamo avvicinando alla risposta per Asia. Vediamo se cerchiamo di dargliela proprio in modo matematico... come potremmo scrivere questa cosa in modo matematico adesso?
68. Filippo:  $13+10=10+13$

$13+10=10+13$
---------------

69. I: Cosa dicono gli altri? David, sei d'accordo?
70. David: No.
71. I: No... perché?
72. David: Perché se facciamo  $13+10=10+13$  invece non è giusto perché noi dobbiamo fare  $13+10=23$ <sup>13</sup>.
73. I: Ma se noi facciamo  $13+10=23$  diamo la risposta ad Asia?
74. Coro: Nooo!
75. Lucas: Non si capisce tanto.
76. Angela: Non sono d'accordo con David perché andava tutti e due bene i modi che ha scritto Filippo.
77. I: E che cosa ci dice ancora questa cosa che ha scritto Filippo?
78. Angela: Che si possono scambiare i numeri e che fa lo stesso numero.
79. I: Ok, che le due somme sono uguali, bravissima.
80. *Piccola pausa, durante la quale i bambini hanno il tempo di copiare sul quaderno le piramidi scritte alla lavagna. Poi riprendiamo il lavoro e la registrazione.*
81. I: Adesso dobbiamo cercare di rispondere alla domanda di Asia in linguaggio...<sup>14</sup>
82. Angela: ...naturale.

<sup>9</sup> Qui si poteva cogliere la micro situazione per avviare un altro discorso, sull'elemento neutro nell'addizione, ma io voglio riportare l'attenzione sulla domanda iniziale di Asia e cercare di far dedurre ai bambini la proprietà commutativa, perciò taglio il discorso e li riporto all'argomento iniziale. Ho preso l'abitudine di far leggere ai bambini parte delle trascrizioni: potrò recuperare questo discorso più avanti. Sono del tutto d'accordo sulla scelta.

<sup>10</sup> La domanda è posta in modo da avere una risposta corale. Avrei dovuto porre la domanda in modo diverso.

<sup>11</sup> Dovevo lasciare spazio alle risposte degli alunni e invece ho tratto io la conclusione. Concordo.

<sup>12</sup> Vedi mio commento al rigo (6) sui termini in uso. Suggesto di introdurre il concetto di 'convenzione', per aiutare gli alunni a capire il senso del non usare troppi termini ('mattoni', 'casella', 'scatoletta').

<sup>13</sup> Trovo questa osservazione di David estremamente interessante. La utilizzerò nei corsi di formazione. L'insegnante potrebbe proporla per una discussione del tipo di quelle che gli inglesi chiamano philosophical discussions. Dovrebbero emergere i due significati dell'uguale. Non so se la domanda (73) conduca a risposte significative.

<sup>14</sup> Non mi sono interrotta volutamente, per far rispondere i bambini; Angela è intervenuta in una mia breve pausa.

83. I: Bravissima Angela, in linguaggio naturale.

$$13+10=10+13$$

84. *Giacomo Chi alza subito la mano.*

85. I: Adesso l'esperto è Giacomo, a lui piacciono le parole... Lucas, Filippo, Mattia<sup>15</sup>. Ecco, dà Mattia, che oggi non lo abbiamo sentito. Asia, ripeti la domanda...

86. Asia: Posso invertire i due numeri nelle caselle in basso a destra e in basso a sinistra?<sup>16</sup>

87. Mattia: Non mi ricordo più...

88. Giacomo Co: Si possono invertire perché se invertiamo i numeri, fa... il numero è sempre uguale, nella casella in alto.

89. I: Tu hai usato poche parole matematiche, secondo me. Facciamo così, la scriviamo questa frase che hai detto tu...

Si possono invertire i numeri perché, invertendo i numeri nelle caselle in basso a destra e sinistra, è sempre uguale il numero in alto<sup>17</sup> nella casella in alto

90. I: Quale parolina matematica manca, rispetto alla frase di Filippo che è scritta in termini matematici?

91. Mattia: La somma, la somma...

92. I: Mattia, proviamo a ridirla mettendoci la somma...

93. Filippo: Si può fare la somma di 13...

94. I: Attento Filippo, in questo modo tu mi dici la regola solo per questa piramide, noi invece ne vogliamo una che valga per tutte le piramidi... iniziamo col primo pezzetto che ha scritto Giacomo, che andava bene perché fa parte della domanda di Asia... Si possono invertire i numeri perché...

95. Melissa: Perché fanno la somma...

96. Lucas: Perché sono uguali...

97. I: Perché sono uguali Lucas, sono uguali?

98. Lucas: No... perché se li inverti il numero sopra è sempre uguale.

99. I: Di nuovo non abbiamo messo quella parolina...

100. Lucas: La somma.

101. I: ...perché se li inverti... cosa possiamo dire?

102. Lucas: Perché se li inverti la somma è sempre uguale.

103. I: Ahhh... così è proprio in termini matematici! Aggiungerei anche in basso a destra e sinistra. Proviamo a leggerla:

Si possono invertire i numeri in basso a destra e sinistra perché se li inverti la somma è sempre uguale.



### PROPRIETÀ COMMUTATIVA

<sup>15</sup> *Quando faccio una domanda aspetto sempre che un po' di bambini alzino la mano, un po' per non far rispondere sempre gli stessi, e un po' perché è evidente che i bambini hanno ritmi di risposta completamente diversi. Qualcuno è abbastanza più lento, ma se gli si lascia il tempo di riflettere, prova a rispondere. Purtroppo non sempre i tempi consentono di essere "pazienti" e rispettosi delle tempistiche dei bambini.*

<sup>16</sup> *Decisamente migliorata la formulazione della frase da parte di Asia. Ora mi viene in mente che avrei potuto far riformulare la domanda da qualche altro alunno.*

<sup>17</sup> *Giacomo si corregge da solo...*

<sup>18</sup> *Un commento generale: ottime le intenzioni dell'insegnante sul costruire le premesse per la proprietà distributiva, nel cercare di far argomentare gli alunni, nel condurli verso un punto di vista relazionale e verso l'uso di una terminologia corretta in questo senso. Sono incerto sul fatto che alunni e insegnante attribuiscono a 'somma' lo stesso significato. Sin quasi alla fine (Melissa, 95) al termine 'somma' è abbinato il verbo 'fare'. Ritengo (ma potrei sbagliarmi) che nella definizione dell'ultima lavagna le parole 'la somma è sempre uguale' si riferiscano ancora ad un punto di vista procedurale, nel senso che non cambia il risultato. Proporrei di: (a) presentare la frase di David (72); (b) chiedere di interpretarla; (c) favorire la riflessione sull'uguale' (dovrebbe essere piuttosto evidente che il 23 scritto a destra è visto come 'risultato' ma che '10+13' è un'altra cosa; (c) a seconda di come vanno le cose valutare se introdurre – in forma embrionale, rispettosa del livello di sviluppo del balbettio algebrico - i concetti di forma canonica/non canonica e processo/prodotto.*