Progetto MEMO

PORTFOLIO DELL'INSEGNANTE

Giulia Pollastri

giulia.pollastri@inwind.it

Centro territoriale permanente

c/o scuola secondaria di 1° grado "l. A. Muratori"

Via resistenza, 462 - 41058 Vignola (MO)

a.s. 2014/2015

Docenti

Prof. Nicolina A. Malara

Prof. Giancarlo Navarra

Indice

1. 11.10.2014: Test d'ingresso proposto autonomamente dall'insegnante in prima con commenti dell'insegnante e di Navarra

Frasi proposte e traduzioni degli alunni	**Commenti**	
	Insegnante	***Tutor (Navarra)***
Consegna principale: **Traduci il linguaggio matematico in numeri**		*La consegna non è chiara. Non comprendo: (a) "Traduci il linguaggio matematico" perché la frase di partenza è in linguaggio naturale; (b) "in numeri" perché di fatto le traduzioni non sono costituite solo da numeri. Penso che sarebbe stato meglio scrivere, per esempio: "Traduci in linguaggio matematico le seguenti frasi:".*
1) Sette aumentato di due è: - *9* - *7+2*	La maggior parte dei ragazzi ha scritto immediatamente il risultato mentre solo alcuni hanno letto meglio la consegna ed hanno capito che dovevano scrivere il procedimento.	*Il prevalere della risposta '9' è un fenomeno noto sul quale esiste una vasta letteratura anche all'interno del progetto ArAl.* *Non è tanto una questione di* lettura della consegna, *quanto di retroterra culturale degli alunni, che giungono dalla scuola primaria con un rapporto con la matematica di tipo prevalentemente procedurale* (operazioni e risultato) *al quale l'insegnante dovrebbe ora gradualmente sovrapporre quello relazionale (relazioni fra gli elementi in gioco, approccio alla struttura del numero).* *Inoltre propongo di non parlare di 'procedimento', che appartiene ancora alla prospettiva del 'fare', ma di processo.*
2) Dieci diminuito di quattro è: - 10–4 - 6	In questo caso i ragazzi hanno letto meglio la consegna e quasi tutti hanno scritto prima il calcolo.	*Parlare di* calcolo *o di* procedimento *esprime un punto di vista chiuso rispetto all'apertura verso il pensiero algebrico perché in questo caso 10-4 e 6 vengono visti come* cose diverse*: la prima è l'*operazione, *il secondo il* risultato. *Visti nella prospettiva dell'early algebra, invece, 10-4 e 6 sono due rappresentazioni* (rispettivamente *non canonica e canonica) dello stesso numero. Sono due parafrasi che denotano lo stesso oggetto (il numero 'sei') ma lo connotano* in modi diversi. *Questo cambiamento di punto di vista costituisce per alunni e docenti una sorta di rivoluzione copernicana nel modo di concepire aritmetica e l'algebra.*
3) Il doppio di otto è: - 8×2 - 2×8 - 16	Qui è stata usata la proprietà commutativa che i ragazzi già conoscono.	*Non so se le traduzioni degli alunni siano state discusse collettivamente. Da un punto di vista metodologico questa attività sarebbe molto importante. La loro interpretazione come frasi del linguaggio matematico farebbe emergere*

Frasi proposte e traduzioni degli alunni	**Commenti**	
	Insegnante	***Tutor (Navarra)***
		aspetti nodali di un quadro teorico (condiviso con gli studenti), per esempio: 16 è un prodotto (nel senso di contrapposto al processo*, non di 'risultato della moltiplicazione);* 8×2 e 2×8 sono *rappresentazioni non canoniche (giustamente viene posta in evidenza la proprietà commutativa) trasparenti* rispetto al processo che le *genera. Si può porre in evidenza la struttura moltiplicativa del numero. Suggerisco inoltre di chiedere agli alunni cos'è* per loro *8×2: è molto probabile che lo definiscano 'operazione', 'moltiplicazione', 'calcolo', 'procedimento', ma che nessuno lo definisca 'prodotto fra 8 e 2'. Nessuno di loro cioè vede questa rappresentazione come 'numero'. Però fra qualche anno gli si dirà che ab o 3x* sono prodotti. *L'early algebra, portando gli alunni a vedere l'aritmetica in una prospettiva algebrica, ha proprio l'obiettivo di costruire le premesse semantiche per tutti questi successivi passaggi concettuali estremamente delicati.*
4) La metà di venti è: - 20:2 - 10	Il concetto di metà è semplice e nessuno l'ha sbagliato.	*Non capisco se l'insegnante consideri 'giusto' 20:2 oppure 10. Per me la traduzione* più *trasparente è 20:2, ma non so se ho sbagliato. Ho usato 'trasparente' e non 'esatta' perché possono andar bene entrambe, dipende dagli aspetti che si mettono in evidenza..*
5) Sottraendo quattro a nove si ottiene: - 9–4 - -4+9	Qui una ragazza ha messo in evidenza la sua conoscenza dei numeri relativi (-4+9).	*Come studente sarei in notevole imbarazzo. La consegna generale parla di tradurre, ma la frase mi sembra ambigua rispetto alla consegna, perché lascia intendere un calcolo e un risultato. '5' è da considerare una risposta legittima? Come si traduce 'si ottiene'? Qualche studente ha proposto '9-4=5'? Sarebbe più coerente con la consegna generale una frase come: "Sottrai 4 a 9" (che sottende un punto di vista procedurale , e cioè fare un'operazione). Si potrebbe anche proporre 'Differenza fra 9 e 4' (esprime un punto di vista relazionale, dice cos'è un numero).*
6) Dividendo dodici per due si ottiene: - 12:2 - :12×2	La seconda traduzione è sbagliata, ma una ragazza aveva pensato di tradurre letteralmente ciò che aveva letto senza dare un significato matematico.	:12×2 *è una classica 'traduzione letterale' (mi viene il dubbio che nel quesito precedente la traduzione '-4+9' possa rientrare nella categoria di* ':12×2'). *In un ambiente didattico impostato sull'early algebra' porterebbe*

Frasi proposte e traduzioni degli alunni	**Commenti**	
	Insegnante	***Tutor (Navarra)***
		ad una riflessione collettiva sugli aspetti sintattici e semantici delle frasi in linguaggio matematico. Sul 'si ottiene' ho già detto. Ritengo che molti alunni, legittimamente, abbiano scritto '6'.
7) Il doppio di sei aumentato di tre: - 6×2+3 - 6×2=12+3=15 - (6+6)+3=15 - 12+3	Qui si sono sbizzarriti, hanno separato i calcoli utilizzando anche le parentesi.	*Di fronte a queste pluralità così ricche di* rappresentazioni *sarebbe importante avviare la riflessione collettiva sulle scritture e quindi sulla loro* interpretazione *alla ricerca della traduzione più adeguata.* *Gli alunni svilupperebbero il pensiero meta cognitivo ragionando sui significati delle scritture mentre l'insegnante svolgerebbe un ruolo 'periferico' (tutt'altro che marginale) che definiamo di smistatore del traffico argomentativo.* *In conclusione: agli alunni dovrebbe essere data proprio la possibilità di 'sbizzarrirsi', cioè di produrre traduzioni. Sarà poi una didattica che si sviluppa favorendo il balbettio algebrico che si favorirà la costruzione di competenze basata sul controllo dei significati.* *Suggerisco, a proposito degli atteggiamenti di un insegnante di fronte alla varietà delle proposte degli alunni, la lettura della voce 'Microsituazioni e microdecisioni'.*
8) La metà di dieci diminuita di uno è: - 10:2–1 - 10:2=5–1=4 - 5–1 - (10–5)-1	Qui si sono sbizzarriti, hanno separato i calcoli utilizzando anche le parentesi.	

2. 26.11.2014: Prove di verifica sulle competenze in ambito linguistico A1, A2, A6

“Aspetti procedurali e relazionali in aritmetica”

A1) Tradurre in linguaggio naturale un numero espresso in forma non canonica:

Traduci in linguaggio naturale le frasi:	**Svolgimento**	**Commenti insegnante e del tutor**
5 × 2	Moltiplica 5 per 2. Moltiplica il 5 per il due. Moltiplica 5 con il 2. Cinque per due. Cinque moltiplicato per due. Il 5 lo moltiplico per due. Il doppio di cinque. Moltiplica 5 per 2, fa 10. Moltiplico il 5 per il 2, il risultato è 10. Moltiplico per due volte il numero cinque. Moltiplica per 2 volte il 5. Moltiplichi 5 per 2 volte.	1. Prevale il verbo “moltiplica/o” e questo denota che alla scuola elementare le maestre hanno lavorato sul linguaggio naturale. In pochi casi è emerso l’uso di una definizione relazionale: “il doppio”, “raddoppio”. 2. *Quest’ultimo aspetto non deve meravigliare. Mi accorgo, lavorando una volta alla settimana nella prima primaria di mia moglie, di quanto sia lungo il processo affinché si costruiscano le premesse, anche lontane, per la costruzione di un ‘pensiero relazionale’. I protocolli degli alunni, come quelli che compaiono nella colonna a sinistra, sono preziosi per aprire la riflessione sui loro significati e quindi anche per far emergere la differenza tra ‘Il doppio di 5’ e tutte le altre traduzioni.*
3 × 2 + 5	Moltiplica 3 per 2 e addiziona 5 al risultato. Moltiplica 3 con il 2 e aggiungi al risultato 5. Tre per due più cinque. Moltiplica il 3 con il 2 e al risultato aggiungi 5. Tre moltiplicato per due più cinque. Moltiplica il 3 per il 2 e aggiungi 5. Moltiplico il 3 per il 2 e alla somma aggiungo 5. Il doppio di 3 sommato a 5. Il 3 lo moltiplico per 2 e faccio l’addizione con 5. Raddoppia 3 e aggiungi 5, fa 11. Moltiplico 3 per 2, poi aggiungo 5. Moltiplico per 3 volte 2 e aggiungo 5 alla moltiplicazione. Moltiplica il 3 per 2 volte, poi aggiungi 5. Moltiplichi 3 per 2 volte e aggiungi al totale 5.	*3. Valgono le stesse considerazioni (2). Consiglio sempre di usare i protocolli per indirizzare la discussione sui differenti significati delle traduzioni (probabilmente l’insegnante lo ha già fatto).*
(5 + 4) × 2	Addiziona 5 a 4 poi moltiplicalo per due. Cinque più quattro per due. Somma il 4 al 5 e il risultato moltiplicalo per 2. Aperta parentesi tonda, cinque più quattro, chiusa parentesi tonda, per due. Mette parentesi, poi fai 5 più 4, chiude la parentesi moltiplicando il 2. Somma 5 più 4 e moltiplica il risultato per 2. Faccio 5 più 4 e la somma la moltiplico per 2.	4. In alcuni casi i ragazzi tendono a leggere anche la “parentesi tonda”, probabilmente perché l’insegnante quando detta sul quaderno o alla lavagna nomina le parentesi. *È vero, ne abbiamo parlato anche durante il nostro incontro al MeMO. Questo accade quando nella didattica l’aspetto procedurale prevale nettamente su quello relazionale, e per questi alunni tutto si riduce ad aspetti puramente formali.* 5. In altri casi i ragazzi utilizzano i verbi “mette/o” e “faccio” che sono molto generici.

Traduci in linguaggio naturale le frasi:	Svolgimento	Commenti insegnante e del tutor
	Cinque sommato a quattro e moltiplicato per due. Metto tra parentesi 10 più 5 meno 3, chiudo la parentesi e faccio diviso 2. Aggiungi 4 a 5 e raddoppia il risultato, fa 18. Aperta parentesi, faccio 5 più 4 per 2. Aggiungi 4 a 5 e moltiplica il risultato per 2. Apro tonda, 5 più 4, chiudo tonda per 2. Aggiungo 5 a 4 e moltiplico per 2. Aggiungi 4 a 5 poi moltiplica la somma per 2.	*Sono verbi legati, appunto, al 'fare', al 'calcolare'. La riflessione linguistica deve diventare gradualmente un valore condiviso in modo che si superi – sia negli alunni che negli insegnanti - l'attenzione dominante verso gli aspetti operativi.*
(10 + 5 – 3) : 2	Addiziona 10 a 5, sottrai 3 e dividi per 2. Dieci più cinque meno tre diviso due. Somma 10 al 5 e poi sottrailo di 3, il risultato dividilo per 2. Aperta parentesi tonda, dieci più cinque meno tre, chiusa parentesi tonda, diviso due. Metti le parentesi e addiziona il 10 con il 5 diminuendo il risultato di 3 chiudendo la parentesi e dividi il 2. Somma 10 più 5, togli al totale 3 e dividi per 2. Faccio 10 più 5, alla somma togli 3 e dividi il risultato per 2. Dieci sommato a cinque, sottratto a tre e diviso per due. Aggiungi 5 a 10 e togli 3, poi dividi per 2, fa 6. Faccio 10 più 5 meno 3, poi divido per 2. Somma 5 e 10, poi togli 3 e dividi il risultato per 2. Apro tonda, 10 più 5 meno 3, chiudo tonda, diviso 2. Aggiungo 5 a 10 e sottraggo 3 a 15, poi divido 12 per 2. Aggiungi 5 a 10, poi alla somma tra 5 e 10 togli 3 ed infine dividi per 2.	6. Con i verbi: "addiziona", "moltiplica", "somma", "aggiungi", "sottrai" e "dividi", i ragazzi sono in grado di tradurre il linguaggio matematico in forma procedurale. *Insisto ancora una volta:* a. *sull'importanza delle attività come queste che comportano una riflessione sui linguaggi, naturale e matematico, e sulle reciproche traduzioni;* b. *sull'opportunità di guidare gli alunni sull'interpretazione delle scritture verso la conquista di un punto di vista relazionale.*

A2) Tradurre in linguaggio matematico un numero espresso attraverso una definizione procedurale:

Traduci in linguaggio matematico le seguenti frasi:	Svolgimento	Commenti dell'insegnante e del tutor
Dividi per due la somma fra 5 e il numero precedente	(5 + 4) : 2 (5 + 4) : 2 = 4,5 9 : 2 9 : 2 = 4 r 1 9 : 2 = 4,5	7. Alcuni ragazzi sono abituati ad utilizzare le parentesi per isolare il primo calcolo (5 + 4), mentre per altri prevale la ricerca del risultato parziale a mente (9). *È molto importante che l'insegnante faccia riflettere sull'opacità della forma canonica '4' per rappresentare il 'numero precedente'. Passando attraverso la riflessione sul significato di questo termine e formulandone una definizione (per esempio: 'il numero naturale precedente ad un altro è quest'ultimo*

Traduci in linguaggio matematico le seguenti frasi:	**Svolgimento**	**Commenti dell'insegnante e del tutor**
		numero diminuito di un'unità') si conquista la sua traduzione '5-1'). Questo conduce alla trasparenza delle forme non canoniche rispetto al loro significato
Raddoppia la somma fra 5 e il numero successivo	(5 + 6) × 2 (5 + 6) × 2 = 22 11 × 2 = 22	*8.* Altri ancora trovano il risultati finale ed indicano persino il resto. Non è comparso il caso in cui alla parola "raddoppia" sia seguito un 2 × (5 + 6). Se i ragazzi avessero tradotto alla lettera sarebbe emerso anche questo caso.
Aggiungi 3 alla somma fra 4 e 20	24 + 3 24 + 3 = 27 (20 + 4) + 3 3 + (4 + 20) 4 + 20 + 3 = 27	*9.* "Aggiungi 3" è stato tradotto inserendolo sia a sinistra che a destra della parentesi. È chiaro che la proprietà commutativa è meglio identificata nell'addizione anziché nella moltiplicazione. *Sarebbe interessante riflettere con la classe sulla posizione del 3 rispetto alla somma 4+20 in relazione al verbo 'aggiungere a'.*

A6) Completare frasi scritte in linguaggio matematico in cui un punto di domanda sostituisce un segno

Completa le seguenti frasi inserendo un segno al posto del '?':	**Svolgimento**	**Commenti dell'insegnante**
0 : 4 = 4 ? 4	0 : 4 = 4 – 4 4 – 4 - ? = - (meno)	*10.* Questo caso è risultato chiaro a tutti. *È importante guidare la classe verso l'interpretazione dell'ultima scrittura che appare come la rappresentazione della frase "Il significato del '?' è 'meno'" e quindi presenta un basso valore sul piano matematico. Non traduce la frase data ma esprime in modo sintetico il pensiero dell'alunno.*
(5 + 6) × 3 = 5 ? 3 ? 6 ? 3	(5 × 3) + (6 × 3) 5 × 3 + 6 × 5	*11.* Chi ha familiarità con le parentesi ha pensato di ritrascrivere la proprietà distributiva utilizzandole.
3 = 157 ? 154	3 = 157 – 154 157 – 154 ? = - (meno)	*12.* Anche se il totale è scritto a sinistra dell'uguale, i ragazzi non si sono scoraggiati e hanno individuato il segno "meno". *Suggerirei di non parlare di 'totale' con gli alunni perché sembra che l'insegnante veda comunque il 3 in termini di risultato.* *Per agevolare l'evolversi del punto di vista relazionale conviene tradurre in linguaggio naturale la frase in modo che il 3 diventi il suo soggetto: "3 è la differenza fra 157 e 154".*
73 ? 70 × 74	73 < 70 × 74 ? = < (minore)	*13.* La maggior parte dei bambini non è riuscita a individuare il segno di minore. *Le ragioni di questa difficoltà risiedono principalmente nel fatto che gli alunni non sono abituati ad esprimere il confronto tra due numeri e questo li porta ad una diffusa 'insensibilità' nei confronti di simboli diversi dall'uguale (<, >, ≤,, ≥, ≠) e dei suoi significati. Il simbolo '=', semplicemente, c'è, in genere come indicatore di conclusione, finendo così nell'anonimato di uno dei tanti misteri della matematica.*

3. 23.03.2015: Passaggio dall'aritmetica 'procedurale' all'aritmetica 'relazionale'

Vignola, 23 marzo 2015

Commenti Insegnante di classe
Commenti Giancarlo Navarra
Commenti Nicolina Malara

PASSAGGIO DALL'ARITMETICA "PROCEDURALE" ALL'ARITMETICA "RELAZIONALE"[1]

1) Che cosa manca nella seguente uguaglianza? Come puoi spiegarlo? Scrivi come hai fatto[2] **8+4= … +7**

1. **Risposte procedurali:** [3]
2. Devi sommare 8+4 che fa 12, quindi devi contare con le dita da 7 fino a 12 che è 5.
3. Ho calcolato la prima operazione, poi la seconda operazione e ho capito che dovevo arrivare alla somma della prima operazione.
4. Ho fatto 8+4=12 così ho sottratto 12–7=5 e ho trovato cinque.
5. Ho fatto 8+4=12 e ho guardato quanti numeri mancano da 7 ad arrivare a 12 (5).
6. Praticamente ho fatto 8+4 che fa 12 e l'altro calcolo deve avere lo stesso risultato.
7. Otto più quattro è uguale a 12, quindi ho fatto dodici meno sette che è uguale a cinque e cinque più sette è uguale a 12.

8. **Risposte relazionali:** [4]

---

[1] *I termini* procedurale *e* relazionale *non sono riferiti ad una disciplina (l'aritmetica). Il termine* procedurale *esprime il carattere di procedura da eseguire o analizzare. Si usa anche con il significato di* sequenziale, *in riferimento alla lettura e alla interpretazione locale di un testo scritto, in contrapposizione a* relazionale, *frutto di una lettura globale del testo. Concordo con quanto scrive Navarra, è il punto di vista con cui si lavora in Aritmetica che cambia passando dall'attenzione alle procedure all'attenzione verso le relazioni.*

[2] *Proporrei di esplicitare la consegna in termini meno 'gergali' e più lineari, ad esempio: 'Completa la frase matematica', oppure (visto che nella consegna 2 l'insegnante inserisce la lettera 'c' nella scrittura e quindi desumo che la classe conosca l'uso della lettera in matematica), 'Individua il numero sconosciuto'. La consegna così è un accavallarsi di sub-consegne: 'Scrivi come hai fatto' cosa? Inserirei semplicemente 'Argomenta la tua risposta'. Può darsi che i bambini non sappiano cosa voglia dire 'argomenta la riposta'. Invito l'insegnante ad introdurre questo verbo nel suo linguaggio parlato. Comunque proporrei una consegna più chiara, ad esempio 'quale numero va messo al posto dei puntini? Cerca di stabilirlo senza fare i calcoli ma guardando ai numeri coinvolti. Spiega come hai fatto a capire quale numero è.*

[3] *È evidente che circa la metà degli alunni ha utilizzato delle strategie procedurali, infatti sono le prime che si apprendono alla scuola primaria e sono sicuramente le più meccaniche. Nel primo caso il bambino usa ancora le dita per contare e questo è un indizio di poco allenamento al calcolo. Per passare da una strategia procedurale ad una di tipo relazionale, è necessario il supporto di un'insegnante che si soffermi a riflettere sul significato di "uguaglianza". Per quanto concerne il 'poco allenamento al calcolo' penso piuttosto che l'alunno non sia stato abituato ad argomentare in modo significativo e che, per giustificare un calcolo così semplice, si appoggi ad una motivazione ingenua che riprende le tecniche di calcolo apprese ancora in prima primaria. Se le cose stessero così, l'ostacolo sarebbe non a livello* cognitivo *(calcolare), ma* metacognitivo *(giustificare il calcolo). Le argomentazioni prodotte dai bambini e classificate dall'insegnante 'procedurali' non sono tutte dello stessi livello. Ad esempio tra la 2 e la 3 c'è un abisso. La prima è chiara e ben argomentata, la seconda è nebulosa e impropria (la frase 'ho calcolato la prima operazione' è scorretta, si calcola il risultato di una operazione) il bambino esprime semplicemente che quello che manca nell'uguaglianza è un numero che sommato a 7 deve dare come risultato quello della operazione al primo membro. Non ha fatto altro che esprimere a parole il significato del problema espresso dalla scrittura matematica. Stessa cosa per l'argomentazione 6.*

[4] *In questi casi i bambini osservano che si tratta di un'uguaglianza fra due addizioni ed, osservando bene, intuiscono che se a sinistra c'è un numero 8 e a destra un 7, è stata sottratta un'unità e, per compensare l'uguaglianza, a destra dovrà essere aggiunta. Questo tipo di strategia permette al bambino di risolvere il quesito senza fare tanti calcoli, focalizzando l'attenzione sul simbolo di uguaglianza e sulle operazioni di addizione. Una volta che il bambino ha appreso questa tecnica, sicuramente tornerà ad utilizzarla in seguito, in quanto più economica sia in relazione al tempo che alla fatica da impiegare. Condivido le osservazioni dell'insegnante, ma non sono sicuro che si possano classificare come 'risposte relazionali'. Intendo dire che se da un lato l'attenzione è indubbiamente rivolta alle relazioni fra i numeri, da un altro l'atteggiamento di fondo è di tipo procedurale, e questo risulta evidente dal fatto che tutte le argomentazioni contengono l'idea di eseguire un calcolo, per esempio: 'è stato sottratto' (9), 'è stato aggiunto' (9), 'ho*

9. A sinistra c'è 8 e a destra c'è 7, quindi è stato sottratto 1, e a 4 è stato aggiunto 1[5].
10. Ho diminuito di 1 l'8 e ho aggiunto 1 al 4.
11. Per riuscire a trovare il numero mancante, ho sottratto 7 a 8 che fa 1 e poi l'ho addizionato a 4 che fa 5[6].
12. Togliendo una cifra dal numero 8 diventa 7 e per fare lo stesso risultato (12) aggiungiamo una cifra al numero 4 che diventerà 5.
13. Ho aumentato di 1 l'addendo.
14. Ho aggiunto un'unità al quattro perché al posto dell'8 c'è il 7.[7]

2) La "lettera" rappresenta un numero sconosciuto: quale numero è ?
Scrivi come hai verificato l'uguaglianza senza fare i calcoli[8].
60–25=c–23

15. **Risposta procedurale:**[9]
16. Io ho fatto 60–25=35, poi 35+23=58[10].

17. **Risposte relazionali:**[11]
18. Se a 25 è stato sottratto 2, allora a 60 è stato sottratto 2[12].
19. Perché visto che 25–23 è uguale a 2, ho fatto 60-2 che fa 58[13].

---

diminuito' (10), 'ho addizionato' (11), 'Togliendo una cifra' (12),'per fare lo stesso risultato' (12). L'attenzione, cioè, più che sul confronto tra i numeri, è concentrata sugli interventi sui numeri. Mi spiego con una possibile argomentazione basata sul confronto (sostituisco i puntini con una lettera): 'In 8+4=a+7, poiché 7 è minore di un'unità rispetto a 8, per mantenere l'uguaglianza a deve essere maggiore di un'unità rispetto a 4' (le operazioni vengono del tutto opacizzate).

[5] *Questa argomentazione è sporca , andava esplicitata a chì è stato sottratto 1 ed a chi è stato aggiunto 1. Ma anche se fosse stata esplicitata bene rimane di tipo operativo. Per essere relazionale il bambino doveva esaltare le relazioni tra i termini. Ad esempio avrebbe dovuto dire 8 è 7+1, uno in più di 7, allora per avere l'uguaglianza nei puntini va messo un numero che è uno in più di 4.*

[6] *Prevale ancora la visione calcolativa, sui numeri non si deve agire ma si deve osservare cosa eccede in uno per determinare l'altro per compensazione.*

[7] *In tutte le argomentazioni prevale la visione calcolativa e non entra mai in gioco il confronto tra i termini, se un termine al primo membro è uno in più di un altro al secondo membro allora quello che manca al secondo membro è uno in più di quello che c'è al primo membro. Consiglio all'insegnante di guidare i ragazzi ad esprimere questo tipo di confronti più che pensare sempre al calcolo.*

[8] *Suggerisco 'Scrivi che ragionamento hai fatto per stabilire quale è questo numero sconosciuto". Non va detto 'senza fare i calcoli', l'insegnante deve vedere prima se i bambini lo fanno spontaneamente. Se non lo fanno lo pone come problema "È possibile stabilirlo senza fare i calcoli?".*

[9] *La maggior parte dei bambini ha preferito fare direttamente il calcolo utilizzando l'operazione inversa alla sottrazione. Alla scuola primaria sono stati abituati ad esercitarsi su una tipologia di esercizi di questo tipo in preparazione alla prova Invalsi in modo molto meccanico. Qui entra in gioco l'operazione inversa della sottrazione che è l'addizione. Può darsi che l'Invalsi c'entri, ma penso che i calcoli proposti dagli alunni siano il frutto, almeno in parte, di ragionamenti molto meno meccanici di quelli che ipotizza l'insegnante. Una volta trovato il 35, l'uguaglianza diventerebbe 35=c-23; si tratta di un problema additivo tutt'altro che semplice, che il matematico francese Gérard Vergnaud pone nella categoria 'domanda sullo stato iniziale'. Un esempio di testo esprimibile con questa equazione: 'Ora ho 35 oggetti ma ne ho persi 23; quanti oggetti avevo all'inizio?' Per dare una risposta l'alunno deve aggiungere il numero degli oggetti persi a quello degli oggetti che ha ora (35+23). Non è un ragionamento banale.*

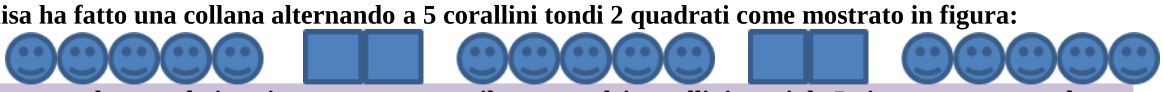
[10] *L'insegnante non deve accontentarsi di questa risposta, ma invitare il bambino ad esprimere perché ha fatto quel calcolo. Il ragionamento non è affatto banale.*

[11] *Solo alcuni bambini sono riusciti a ragionare sull'uguaglianza e a trovare una semplice strategia senza fare dei calcoli. Nel caso in questione hanno utilizzato la "proprietà invariantiva" giocando sul numero 2 che passando da sinistra a destra veniva sottratto ad entrambi i termini della seconda operazione: (60–2)–(25–2)=58–23 allora la lettera c=58. Mantengo le mie osservazioni fatte nel Commento 4.*

[12] *Questa risposta è sempre di tipo calcolativo. Il bambino deve essere invitato ad esprimersi meglio: "A 25 non è stato sottratto 2, 25 è più grande di 23 di 2 unità allora per avere la stessa differenza il numero sconosciuto deve essere 2 unità in meno di 60". Questo è quello che i bambini devono arrivare a dire.*

[13] *Invito l'insegnante a lavorare con i ragazzi sul confronto tra numeri.*

3) Luisa ha fatto una collana alternando a 5 corallini tondi 2 quadrati come mostrato in figura:



Spiega a parole come hai ragionato per trovare il numero dei corallini usati da Luisa per comporre la sua collana[14].

20. (1) Faccio 5 che è il numero dei tondi ×3 che fa 15, poi faccio 2 che è il numero di quadrati ×2 e poi sommo e fa 19 perline usate.
21. (2) Ho preso 19 e poi li ho divisi in gruppi.
22. (3) Ho fatto (5×3)+(2×2)=15+4=19.
23. (4) Io ho fatto, per trovare i tondi, 5×3=15 e invece 2+2 per trovare i quadrati: 5×3+4=19.
24. (5) Ho sommato tutti i grani tondi, cioè 5+5+5=15 e quelli quadrati 2+2=4 e poi ho sommato i risultati: 15+4=19.
25. (6) Ho fatto un gruppo di corallini per quante volte si ripete che fa 15 e la stessa cosa anche per i quadrati che fa 4.
26. (7) Per prima cosa si moltiplica 5×3 volte e il risultato lo mettiamo un attimo da parte. Moltiplichiamo 2 due volte e il risultato fa 4. Addizioniamo 15 a 4 e otteniamo 19.

.[15]

---

[14] *Questa rappresentazione grafica favorisce la visione separata tra corallini tondi e corallini quadrati. Se non ci fossero stati gli spazi i bambini potevano vedere un modulo composto da 7 coralli e rendersi conto che nella configurazione mancano 2 coralli quadrati modellizzando il conteggio con 7×3-2. Posto così il problema è molto più semplice del precedente. Suggerisco all'insegnante di invitare i bambini a decentrarsi non "Io ho fatto" ma "Ti spiego come si può fare". Il passaggio dalla prima persona singolare alla terza persona singolare è una grossa conquista.*

[15] *Nella maggior parte dei casi i bambini hanno individuato che la collana è formata da gruppetti di corallini uguali che si ripetono regolarmente, quindi hanno contato quanti gruppi si formavano e utilizzando la proprietà distributiva sono riusciti a rispondere al quesito richiesto. Nel caso (2) il bambino non ha evidenziato la proprietà, ma ha intuito che i corallini erano suddivisi in gruppi uguali che si ripetevano. Nel caso (4) il bambino usa parzialmente la proprietà distributiva (5×3=15) e non si accorge che potrebbe utilizzarla anche per i corallini quadrati, di conseguenza applica l'addizione (2+2=4). Attenzione: il disegno, così come è stato presentato, non suggerisce questa strategia. La proprietà distributiva potrebbe essere applicata solo se fossero disegnati altri due quadrati:*

☺☺☺☺☺□□☺☺☺☺☺□□☺☺☺☺☺□□

La sua rappresentazione diventerebbe (5+2)×3 oppure 5×3+2×3. Non sussistono quindi le condizioni descritte dall'insegnante nemmeno per gli alunni dei casi (2) e (4).